







# ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА НЕЧЁТКОЙ ЛОГИКИ ДЛЯ ОЦЕНКИ ТРЕНДОВ ИЗМЕНЕНИЯ ПРОДУКТИВНОСТИ ОТДЕЛЬНЫХ АКВАТОРИЙ ОНЕЖСКОГО ОЗЕРА

А. В. Коросов<sup>1,2</sup> , Н. М. Калинкина<sup>1</sup> , Е. В. Теканова<sup>1</sup> ,  
М. Т. Сярки<sup>1</sup> , К. В. Исакова<sup>1</sup> , Е. М. Макарова<sup>1\*</sup> 

<sup>1</sup>Федеральный научный центр «Карельский научный центр РАН», Институт водных проблем Севера, г. Петрозаводск, Россия

<sup>2</sup>Петрозаводский государственный университет, Институт биологии, экологии и агротехнологий, г. Петрозаводск, Россия

\* **Контакт:** Елена Михайловна Макарова, emm777@bk.ru

Изучался уровень продуктивности некоторых частей акватории Онежского озера. Использовались четыре показателя: численность сапрофитных бактерий, биомасса зоопланктона, концентрация хлорофилла *a* и прозрачность воды. В анализ включили пробы с 14 станций, расположенных на трансектах от вершины Кондопожской губы до центра Онежского озера и от вершины Петрозаводской губы до центра озера. Сопоставлялись два периода по 20 лет – конец прошлого века и начало нынешнего. Уровень продуктивности оценивался с помощью технологии нечёткой логики по алгоритму Мамдани. Функции принадлежности по каждому показателю включали по два термина «продуктивность низкая» и «продуктивность повышенная»; диапазоны значений для каждого термина были заданы экспертным путем. Выходная функция принадлежности включала два термина прямоугольной формы со значениями «продуктивность низкая» и «продуктивность повышенная». Всего построено 16 продукционных правил, используя которые были получены 706 оценок уровня продуктивности для всех станций. Для оценки значимости отличий был применён бутстреп. Сопоставление данных для конца прошлого и начала нынешнего века показало следующее. На трансекте «Петрозаводская губа – центр Онега» значимых изменений оценок продуктивности не было. На трансекте «Кондопожская губа – центр Онега» наблюдается рост уровня продуктивности, вероятно, за счёт появления новых факторов антропогенного воздействия (форелевые хозяйства). Преимущество метода моделирования с помощью нечёткой логики состоит в прозрачном теоретическом смысле и более простой технологии расчётов по сравнению с методами статистической классификации.

**Ключевые слова:** Онежское озеро, продуктивность, нечёткая логика, многолетняя динамика, эвтрофирование, антропогенное влияние.

**Цитирование:** Коросов А. В., Калинкина Н. М., Теканова Е. В., Сярки М. Т., Исакова К. В., Макарова Е. М. Применение аппарата нечёткой логики для оценки трендов изменения продуктивности отдельных акваторий Онежского озера // Russian Journal of Earth Sciences. — 2025. — Т. 25. — ES5013. — DOI: 10.2205/2025es001013 — EDN: FHUCSA

<https://elibrary.ru/FHUCSA>

Получено: 20 января 2025 г.

Принято: 18 апреля 2025 г.

Опубликовано: 10 октября 2025 г.



© 2025. Коллектив авторов.

## Введение

Онежское озеро, второй по величине водоём Европы (площадь акватории 9720 км<sup>2</sup>, глубина до 120 м), длительное время испытывает локальную антропогенную нагрузку в виде сточных вод целлюлозно-бумажного производства, городских коммунальных хозяйств, отходов форелеводства. Наиболее эвтрофированным участком является крупный северо-западный залив Онежского озера – Кондопожская губа, приёмник сточных

вод Кондопожского ЦБК и район расположения форелевых ферм [Tekanova and Litvinova, 2022]. Дополнительным фактором, усиливающим антропогенное воздействие на Онежское озеро, является потепление климата, ускоряющее процессы эвтрофирования в озере [Tekanova et al., 2024].

Тем не менее, до настоящего времени основная акватория Онежского озера сохраняет своё природное олиготрофное состояние и высокое качество воды [Tekanova et al., 2024]. Этому способствуют глубоководность (средняя глубина 30 м, максимальная 120 м) и большой объем воды (295 км<sup>3</sup>), которые определяют высокую разбавляющую способность водоёма, а также высокие аккумулярующие возможности прибрежной зоны в весенний период из-за длительного прохождения термобара [Петров, 1990]. В связи с такими особенностями Онежского озера, реакция его экосистемы на увеличение антропогенной нагрузки будет замедленной и, когда явные нарушения экологического состояния водоёма станут заметными, это будет свидетельствовать об огромном объёме накопленных загрязняющих веществ, в том числе, биогенных [Петрова и др., 1987].

В связи с нелинейным откликом больших глубоких озёр на увеличение биогенной нагрузки, необходимы регулярные наблюдения за их состоянием. Высокая степень детализации инструментальных исследований состояния Онежского озера невозможна в связи с огромными размерами его акватории и высокой лимнической неоднородностью. В связи с этим имеющиеся в распоряжении авторов собственные и архивные многолетние данные биомониторинга Онежского озера характеризуются неоднородностью по пространству и времени. Это определяет необходимость применения специальных математических методов для корректной оценки и прогнозирования состояния Онежского озера, в том числе, его продуктивности как ключевой характеристики функционирования экосистемы.

Многообразие, разнонаправленность и нелинейность взаимодействий природных факторов, влияющих на состояние вод Онежского озера, заставляет искать такие методы исследования, которые в состоянии корректно интегрировать разнообразные биотические и абиотические показатели.

Применённый нами ранее классификатор Байеса [Коросов и др., 2021] позволил выполнить детальное районирование акватории Онежского озера и выявить многолетние изменения трофности различных участков водоёма. Анализ ситуации для всей акватории с помощью методов многомерной статистики и классификатора Байеса [Коросов и др., 2021] выявил самые проблемные зоны, где изменяется трофность вод – Петрозаводскую и Кондопожскую губы. В то же время, обозначились и недостатки подходов, в частности, избыточная генерализованность интегральных показателей, наличие «серых» зон (при интерполяции) и отсутствие оценки значимости различий. Оценка трофности базировалась лишь на количественных характеристиках трофии (прозрачность воды, количество сапрофитных бактерий, концентрация хлорофилла *a*, биомасса зоопланктона), поскольку они оказались намного более многочисленными, чем функциональные показатели. Инструментальные измерения функциональных параметров весьма трудоёмки, поэтому таких исследований, как правило, не так много, как измерений численности и биомассы водных сообществ. В связи с этим был необходим метод, позволяющий прогнозировать биопродуктивность акваторий по количественным характеристикам трофии, которые были использованы в работе [Коросов и др., 2021].

В данной работе мы применили другой, более гибкий аппарат интегральной оценки – нечёткую логику, а также использовали бутстреп-технологии с использованием показателей прозрачности воды, количества сапрофитных бактерий, концентрации хлорофилла *a*, биомассы зоопланктона. Наличие среди используемых для районирования Онежского озера показателя хлорофилла *a* как характеристики продукции фитопланктона [Бульон, 1983; Винберг, 1960] позволяет в настоящей работе расценивать получаемые индексы как оценку продуктивности водоёма.

Нечёткая логика призвана преобразовывать множество неточных фактов и предположений в конкретный вывод, решение, действие [Заде, 1976]. Используемый нами алгоритм Заде-Мамдани известен давно и широко используется в различных техни-

ческих и социально ориентированных областях, например, в управлении рыбными ресурсами [Jarre et al., 2008], в медицине – для классификации состояний пациентов [Эюбова, 2013]. В экологической области этот метод применялся довольно редко, например, при оценке состояния окружающей среды [Astel, 2007; McKone and Deshpande, 2005], при исследовании рациона питания леопардов [Convery et al., 2015], при классификации гидробиологических объектов [Менишуткин, 2010]. Как и другие многомерные методы, нечёткая логика позволяет сконструировать интегральный показатель (индекс), характеризующий конкретные объекты исследования на базе группы реальных показателей и на этом основании относить эти объекты к тому или иному классу из серии априорно заданных. Интегральный показатель, полученный в рамках нечёткой логики, отличается от других тем, что в обобщении участвуют не сами значения характеристик объекта, а оценки важности этих значений для диагностики его статуса. Тем самым характеристики с разной размерностью приводятся к безразмерной метрике «оценки важности» и получают возможность для корректного объединения. «Важность» изучаемых характеристик (в контексте указанной цели) на этапе подготовки к обработке данных задаётся экспертами посредством специальной метрики «функции принадлежности». В результате моделирования каждый объект получает оценку своего статуса для дальнейшей классификации.

Цель исследований состояла в том, чтобы выявить уровень продуктивности в разных частях акватории Онежского озера и его изменения в настоящее время с использованием метода нечёткой логики.

### Материал и методы

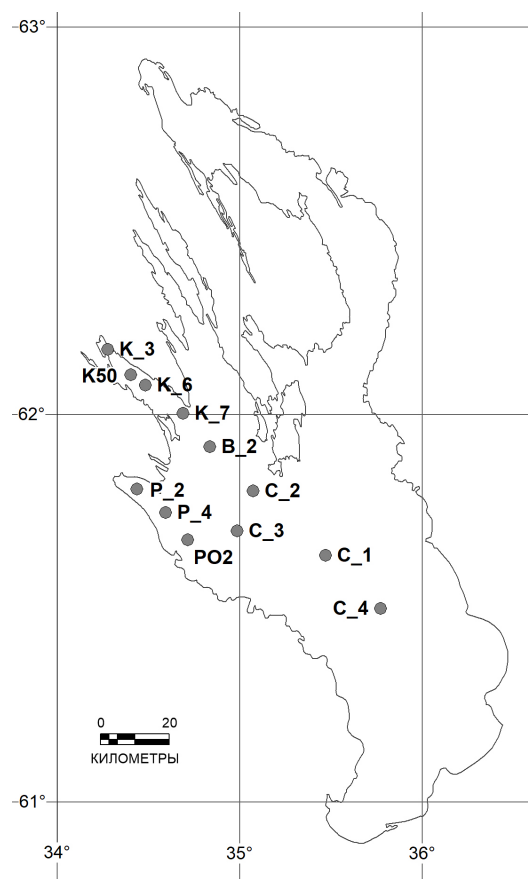
Для усиления выразительности результатов анализа были использованы данные, полученные на серии станций только по двум трансектам: «Кондопожская губа – центр озера» и «Петрозаводская губа – центр озера» за два периода времени (до и после 2000 года).

В работе были использованы следующие показатели: количество сапрофитных бактерий ( $b$ , КОЕ/мл), хлорофилл  $a$  ( $c$ , мкг/л), прозрачность воды ( $t$ , м), биомасса зоопланктона в поверхностном слое ( $z$ , мг/м<sup>3</sup>). Кроме того, эти показатели отбирались почти при каждом экспедиционном выезде и оказались самыми представительными.

Выборки по этим показателям были сформированы из фоновых баз данных ИВПС КарНЦ РАН. Рассмотрены материалы, полученные на серии станций: по трансекте «Кондопожская губа – центр озера» –  $K\_3$ ,  $K50$ ,  $K\_6$ ,  $K\_7$ ,  $B\_2$ ,  $C\_2$ ,  $C\_1$ ,  $C\_4$ ; по трансекте «Петрозаводская губа – центр озера» –  $P\_1$ ,  $P\_2$ ,  $P\_3$ ,  $P\_4$ ,  $PO2$ ,  $C\_3$  (рис. 1).

Для отображения многолетнего тренда изменения продуктивности вод Онежского озера были сформированы два блока данных за периоды 1982–2000 гг. (всего 18 лет) и 2001–2023 гг. (всего 23 года), которые и сравнивались. Разделение данных на два массива связано с заметным изменением температурного режима Онежского озера, начиная с 2000-х годов [Ефремова и Пальшин, 2015]. При делении периода исследований на большее число интервалов резко снижается репрезентативность; так в среднем за год до 2000 г. выполнялись работы на 13 станциях, в 2000–2015 – на 6, в 2016–2023 – на 32. По этой причине остановились на анализе двух периодов.

Массив содержал данные, полученные только в летний период – в июле и августе. Отбор проб на станциях в разные годы проводился с разной частотой, причём для разных показателей не всегда синхронно. По этой причине для одной станции в один период времени объёмы значений для каждой переменной были обычно меньше числа лет наблюдений. Например, для первого периода объёмы выборок варьировали от 18 до 0 (на станции  $B\_2$  в прошлом веке не отбирались пробы зоопланктона). Вследствие этого выборки для всех станций оказались разного размера, а для некоторых станций просто не было синхронных оценок для всех четырёх показателей ( $b$ ,  $c$ ,  $t$ ,  $z$ ). Для выравнивания объёмов выборок воспользовались технологией бутстрэпа [Шитиков и Розенберг, 2013].



**Рис. 1.** Локализация станций на акватории Онежского озера.

Все показатели, кроме прозрачности воды, имеют логнормальное распределение, они были включены в анализ в форме натуральных логарифмов. В иллюстративных целях все рассчитанные средние были обратным преобразованием приведены к исходным единицам и представлены в результирующих таблицах. Таким образом, для каждого показателя обрабатывались две таблицы, состоящие из 7 полей: поле с кодом станций, два поля с координатами станций и четыре поля со значениями изучаемых показателей ( $b$ ,  $c$ ,  $t$ ,  $z$ ). Число строк в таблице до 2000 г. – 219, в таблице после 2000 г. – 487.

На этапе экспертного анализа диапазоны изменчивости для каждого из показателей были разбиты на две перекрывающиеся области, соответствующие представлению авторов о водах с низкой ( $L$ ) и повышенной ( $H$ ) продуктивностью (табл. 1). Обоснования этих делений изложены ранее в публикации авторов [Коросов и др., 2021].

Представленная таблица послужила основой для расчёта значений входных функций принадлежности.

В рамках теории нечёткой логики мы построили логическую модель по алгоритму Заде – Мамдани, которая (как и модели любого другого типа) включает в себя входные переменные ( $x$ ), действия над ними ( $f$ ) и выходные переменные ( $y$ ). Основные этапы моделирования на основе нечёткой логики также не специфичны, в их числе создание структуры, построение формул и программирование модели, настройка параметров, верификация и использование [Ланге, 2018; Рыбин, 2007; Чернов, 2018].

### Создание модели

Создание модели нечёткой логики состоит из следующих этапов:

1. подбор базовых переменных: это входные  $x$  и выходная  $y$ ,
2. задание выходной лингвистической переменной и функции принадлежности,
3. задание входных лингвистических переменных и функций принадлежности,

**Таблица 1.** Диапазоны изучаемых показателей, характеризующие низкую и повышенную продуктивность

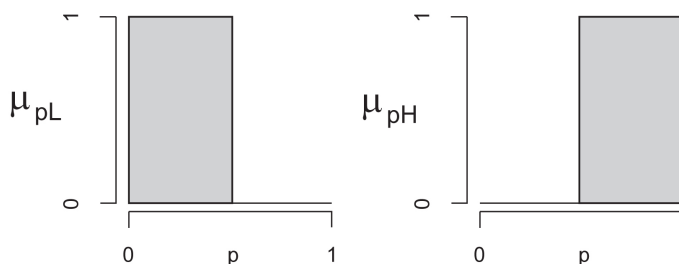
Код	Показатель	Метод преобразования	Значения, соответствующие уровню продуктивности		Перекрытие
			низкий (L)	повышенный (H)	
<i>b</i>	Количество сапрофитного бактериопланктона, КОЕ/мл	$x1 \ln(x1)$	0–800 0–6,7	300–24000 56–10	56–6,7
<i>c</i>	Концентрация хлорофилла <i>a</i> , мкг/л	$x2 \ln(x2)$	0,15–8 –1,9–2,1	4,1–25 1,4–3,2	1,4–2,1
<i>t</i>	Прозрачность воды, м	$x3$	2,5–6	1–3,5	2,5–3,5
<i>z</i>	Взвешенная биомасса зоопланктона, мг/м <sup>3</sup>	$x4 \ln(x4)$	6–1000 1,7–6,9	200–2000 5,2–7,6	5,2–6,9

4. построение продукционных правил  $\cap(\mu x)$ ,
5. создание формул обобщения промежуточных выводов  $\vee(\mu y)$ ,
6. создание формул расчёта выходной переменной,
7. классификация объектов.

Базовые переменные были рассмотрены выше – это численные характеристики бактериопланктона, хлорофилла, прозрачности воды и зоопланктона (*b*, *c*, *t*, *z*). Выходная переменная «уровень продуктивности» может быть задана в бинарной форме: «продуктивность низкая»,  $p = 0$ , и «продуктивность повышенная»,  $p = 1$ .

Перевод размерных показателей в универсальный формат безразмерных величин в рамках нечёткой логики выполняется с помощью функций принадлежности ( $mf, \mu$ ) – аналитически (и графически) выраженных утверждений о соответствии тех или иных значений переменных тому или иному классу явлений (объектов). При моделировании этот этап называется фазсификация. Ряд функций принадлежности, относящихся к одной базовой переменной, объединяется и формирует т.н. лингвистическую переменную, в ее рамках каждая функция принадлежности называется термом.

Выходная лингвистическая переменная, «уровень продуктивности», содержит всего два терма, задана двумя функциями принадлежности ( $\mu_{pL}$  «продуктивность низкая» и  $\mu_{pH}$  «продуктивность повышенная»). Поскольку цель состоит в определении двух дискретных состояний, функции принадлежности можно задать в виде не пересекающихся прямоугольных трапеций (рис. 2). Диаграмма задаёт критерий для диагностики состояния пробы; значения по оси абсцисс от 0 до 0,5 соответствуют значениям по оси ординат  $\mu_{pL} = 1$  и  $\mu_{pH} = 0$  (т.е. «продуктивность низкая»); значения по оси абсцисс от 0,5 до 1 соответствуют значениям по оси ординат  $\mu_{pL} = 0$  и  $\mu_{pH} = 1$  (т.е. «продуктивность повышенная»). В результате расчётов для отдельных проб будут получены дробные величины характеристики  $p$  (в диапазоне  $0 \div 1$ ), которые можно воспринимать как «относительный уровень продуктивности».



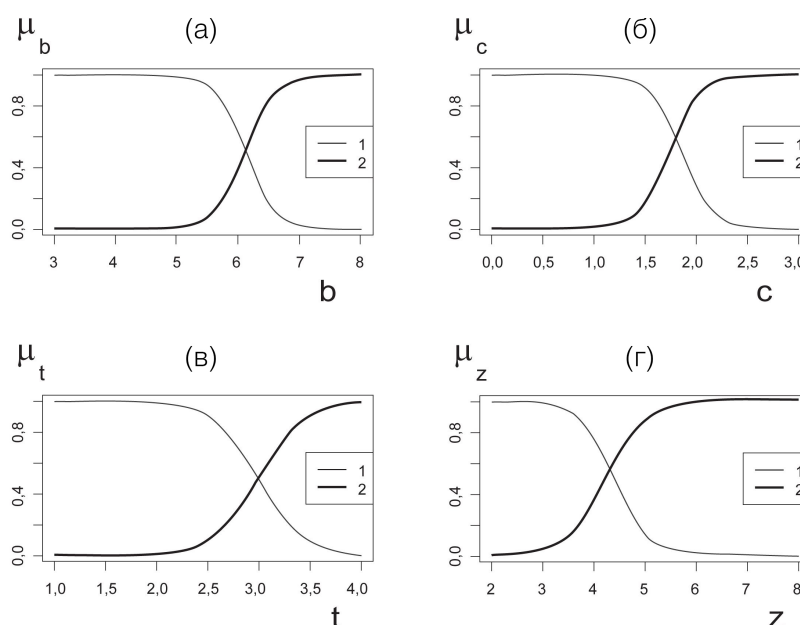
**Рис. 2.** Выходные функции принадлежности: (а) –  $\mu_{pL}$  «продуктивность низкая», (б) –  $\mu_{pH}$  «продуктивность повышенная»; по оси абсцисс отложены значения продуктивности, по оси ординат – степень уверенности в данном диагнозе.

Входные лингвистические переменные были составлены для всех переменных и содержали по два термина – «низкие значения» и «повышенные значения». Эти функции принадлежности призваны выразить степень нашей уверенности в том, что каждое конкретное значение принадлежит к области «низких значений» (характерных для низкопродуктивных вод) или к области «повышенных значений» (характерных для более продуктивных вод). Пониженное (или повышенное) значение каждого отдельного показателя, как правило, не означает, что продуктивность непременно низкая (или повышенная); только определённые сочетания всех входных переменных совместно могут указывать на то или иное состояние вод в данной части акватории.

Значения выходных функций принадлежности строятся на основе табл. 1. Например, значение прозрачности воды 2 метра (мутная вода) характерно для высокой численности живых организмов, т.е. явно соответствует повышенной продуктивности; следовательно, для этого значения функция принадлежности к высоким значениям будет составлять  $\mu_H = 1$ , а к низким значениям –  $\mu_L = 0$ . Напротив, при прозрачности 5 м мы с уверенностью  $\mu_L = 1$  можем утверждать, что значения соответствуют низкой продуктивности и безо всякой уверенности считаем, что к высокой –  $\mu_H = 0$ . Однако на числовой оси каждой входной переменной есть область неопределённости. Как следует из табл. 1, величина прозрачности воды 3 м не позволяет явно сказать, велика она или низка, т.е. соответствует ли она пониженной или повышенной продуктивности вод. Для таких значений входной переменной входные функции принадлежности рассчитывались с помощью уравнений логистической регрессии (рис. 3):

$$\mu = \frac{1}{(1 + \exp(-(p1 + x * p2)))},$$

где  $p1$  и  $p2$  – коэффициенты пропорциональности,  $x$  – значения входных переменных.



**Рис. 3.** Входные функции принадлежности ( $\mu$ ) для четырёх лингвистических переменных  $b$ ,  $c$ ,  $t$ ,  $z$ : (а) – количество сапрофитного бактериопланктона, (б) – концентрация хлорофилла, (в) – прозрачность воды, (г) – биомасса зоопланктона. 1 – «значения низкие», 2 – «значения повышенные».

Коэффициенты  $p$  были рассчитаны по табл. 1 и представлены в табл. 2. Создание нечёткой логической модели (нечёткого логического вывода) состоит в конструировании так называемых «продукционных правил». Создаются все теоретически возможные комбинации термов входных лингвистических переменных и для каждой такой ком-

**Таблица 2.** Коэффициенты логистической регрессии для построения функций принадлежности

Функции принадлежности	Термы	$p1$	$p2$
$\mu b_L$	«бактерий мало»	25,46	-4,15
$\mu b_H$	«бактерий много»	-24,96	4,08
$\mu c_L$	«хлорофилла мало»	12,68	-6,83
$\mu c_H$	«хлорофилла много»	-11,77	6,76
$\mu t_L$	«прозрачность низкая»	13,30	-4,43
$\mu t_H$	«прозрачность высокая»	-13,30	4,43
$\mu z_L$	«зоопланктона мало»	13,14	-3,00
$\mu z_H$	«зоопланктона много»	-10,75	2,54

бинации назначается терм выходной лингвистической переменной. Отдельная такая запись называется продукционным правилом, которое призвано определить, в какой мере данное сочетание входных переменных будет соответствовать тому или иному терму выходной переменной [Рыбин, 2007; Чернов, 2018]. По сути, мы имеем уравнение, использующее входные данные для расчёта выхода с тем отличием, что вместо арифметических действий выполняются логические действия (конъюнкция и импликация), которые в терминах теории множеств обретают смысл поиска минимума из серии значений функций принадлежности:  $(\mu b \cap \mu c \cap \mu t \cap \mu z) = \min(\mu b, \mu c, \mu t, \mu z) \rightarrow \mu p$ . Смысл такого действия состоит в том, что выбирается минимальное, но зато гарантированное заключение о величине выходной функции принадлежности, минимальная, но гарантированная уверенность в том, низкая или высокая продуктивность наблюдается в месте отбора данной пробы.

**Таблица 3.** Продукционные правила для оценки продуктивности в точке акватории

№	Входные переменные				Выходная переменная
	Количество сапрофитных бактерий ( $\mu p_b$ )	Концентрация хлорофилла $a$ ( $\mu p_c$ )	Прозрачность воды ( $\mu p_t$ )	Биомасса зоопланктона ( $\mu p_z$ )	Продуктивность ( $\mu p$ )
1	L	L	H	L	L
2	L	L	H	H	L
3	L	L	L	L	L
4	L	L	L	H	L
5	L	H	H	L	L
6	L	H	H	H	L
7	L	H	L	L	L
8	L	H	L	H	H
9	H	L	H	L	L
10	H	L	H	H	H
11	H	L	L	L	L
12	H	L	L	H	H
13	H	H	H	L	H
14	H	H	H	H	H
15	H	H	L	L	H
16	H	H	L	H	H

$p$  = точка равновесия ( $\max(\min(b \cap c \cap t \cap z))$ )

Поскольку рассматриваются четыре входных переменных с двумя градациями, число их возможных комбинаций равно  $4^2 = 16$  (табл. 3). Все правила составлены авторами в процессе обсуждения. В каждом случае интерпретация правила вполне



очевидна. Рассмотрим правило 1: если количество бактерий низкое (L), хлорофилла мало (L), прозрачность высокая (H), рачков мало (L), то продуктивность должна получить оценку как «низкая» (L). Если же (правило 10) количество сапрофитных бактерий повышенное (H), как и концентрация хлорофилла *a* (H), прозрачность низка (L) и зоопланктона много (H), то продуктивность нужно оценивать как «повышенную» (H). Все промежуточные варианты представлены в табл. 3.

Формула обобщения промежуточных выводов методом Мамдани [Чернов, 2018] объединяет 16 выводов и две группы результатов применения продукционных правил: 9 правил для вывода  $\mu_r = L$  и 7 правил для вывода  $\mu_r = H$ . В теории множеств для этого используется дизъюнкция, поиск максимального значения:  $\max(\min(b \cap c \cap t \cap z))$ . Иными словами, из числа гарантированных выводов отбираются самые весомые. В результате формируется обобщённая функция принадлежности с диапазоном от 0 до 1 по оси абсцисс и двумя значениями  $\mu_r$  для каждого класса ( $\mu_{rL}$  и  $\mu_{rH}$ ). Графический аналог представляет собой фигуру, составленную из двух рядом стоящих прямоугольников (столбиков) одинаковой ширины (по 0,5), но с разной высотой, равной  $\mu_{rL}$  и  $\mu_{rH}$  (рис. 2).

Формула расчета выходной переменной методом Заде-Мамдани отыскивает точку равновесия описанной выше фигуры, т.е. отношение площади полученной фигуры к сумме ординат каждого столбика:  $p = \Sigma(\mu \cdot y) / \Sigma \mu$ . Поскольку в нашем случае выходные функции принадлежности были заданы всего двумя значениями, можно не заниматься расчётом реальных площадей, а в качестве абсциссы взять центры левого и правого прямоугольников ( $p_L = 0,25$  и  $p_H = 0,75$ ). Тогда условные площади будут равны произведению этих центров на значения функций принадлежности, а формула для точки равновесия примет следующий вид:

$$p = \frac{(\mu_{rL} \cdot 0,25 + \mu_{rH} \cdot 0,75)}{(\mu_{rL} + \mu_{rH})},$$

где  $\mu_{rL}$  – продуктивность низкая;  $\mu_{rH}$  – продуктивность повышенная.

В результате всех расчётов по приведённым формулам каждый объект (в нашем случае каждая станция в данный момент времени) получит численную оценку «уровня продуктивности»  $p$  (при моделировании этот этап называется дефаззификация).

Классификация объектов на два класса может выполняться с использованием точки отсечения, равной 0,5. Те части акватории, которые получают величину  $p < 0,5$ , будут рассматриваться как низкопродуктивные,  $p > 0,5$  будет говорить о повышенной продуктивности вод. Для получения такой характеристики в анализ можно было включить только усреднённые значения входных переменных для каждой станции в каждый период.

Понятно, что результаты работы модели будут определяться значениями принятых параметров функций принадлежности. В нашей модели они были заданы мнениями экспертов, специалистов в своих областях, и поэтому могут считаться вполне обоснованными. Однако для полной уверенности необходимо было бы выполнить настройку параметров по натурным оценкам вычисляемых характеристик, т.е. собственно по показателям первичной продукции в разных частях акватории. К сожалению, пока таких данных недостаточно для надёжной верификации модели; расширение работ по инструментальной (весьма трудоёмкой) оценке продукции фитопланктона запланировано.

Кроме классификации на две категории, величина  $p$  (выраженность продуктивности) может быть интересна и для характеристики промежуточных состояний вод, например, при сравнении разных станций или периодов времени. При этом важно получить статистическую оценку значимости различий между этими величинами. С этой целью для каждой станции была рассчитана серия оценок  $p$ .



### Статистическая оценка

Как отмечалось, выборка данных для одной станции одного периода времени была обычно меньше числа лет. Для статистических сравнений эти выборки слишком малы. По этой причине мы воспользовались технологией бутстрепа [Шитиков и Розенберг, 2013]. Вначале для каждой из 14 станций и для каждого из 2 периодов из общей базы формировали исходные выборки с имеющимися характеристиками  $b$ ,  $c$ ,  $t$ ,  $z$ . Далее методом бутстрепа увеличивали каждую выборку до 130 проб (130 строк в таблице). Для каждой строки значений  $b$ ,  $c$ ,  $t$ ,  $z$  рассчитывали значение  $p$  по описанному выше алгоритму, т.е. получали всего 130 значений  $p$  для каждой станции для каждого периода. Используя полученные выборки, рассчитывали средние значения «степени продуктивности», а также выполняли сравнение выборок с помощью непараметрического критерия Вилкоксона–Манна–Уитни [Лакин, 1973].

Для оценки устойчивости полученных средних значений  $p$  и уровня значимости различий между периодами описанную выше процедуру выполняли многократно, получая разные случайно составленные выборки. Начали с объёма вторичных выборок по 30 проб и постепенно увеличивали объём. Для небольших объёмов случайных вторичных выборок получаемые средние значения и уровень значимости существенно варьировали. При объёме, начиная со 130 проб, изучаемые показатели стабилизировались и были включены в результирующие таблицы.

Картографические построения выполнены в среде QGIS (проекция UTM WGS84, зона 36N) в рамках экологической информационной системы [Калинкина и др., 2019]. Все расчёты выполнены в среде R [The R Foundation, 2023].

### Результаты

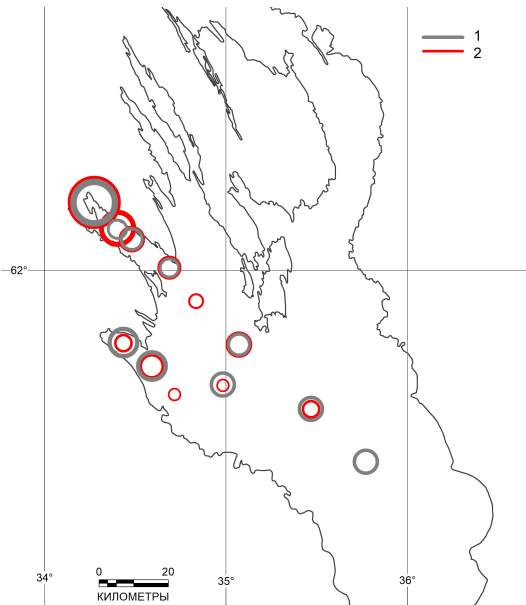
Многолетние наблюдения (1982–2023 гг.) показывают, что уровень продуктивности верхних слоёв водной толщи Онежского озера можно оценить как повышенный ( $p > 0,5$ ) только для станций Кондопожской губы – К\_3 (в оба периода) и К\_50 (в последний период) (табл. 4, рис. 4). В остальных частях акватории по принятым критериям воды получают оценку «низкая продуктивность» ( $p < 0,5$ ). В то же время, если сопоставлять оценки для прошлого и нынешнего века, на некоторых станциях отмечаются явные (значимые) тенденции к изменению этого показателя, причём разнонаправленные.

В Петрозаводской губе на всех станциях после 2000 г. наблюдается снижение средних уровней продуктивности, хотя значимое только на ст. Р\_3.

В центральной части озера (ст. С\_1, С\_3, С\_4) в целом изменения продуктивности не произошло, только в одной точке С\_2, приближенной к Кондопожской губе, имеется значимое, хотя и очень слабое увеличение изучаемого индекса.

Разобраться в ситуации на станции К\_7 позволяет анализ изменчивости изученных показателей на станциях акватории Кондопожской губы (табл. 5, рис. 5). Данные по прозрачности воды не включены в анализ в силу вторичности этого показателя и для упрощения анализа диаграмм с меньшим числом единиц информации.

Для станций К50 и К\_6 наблюдается более существенное повышение уровня зоопланктона и хлорофилла в нынешнем веке по сравнению с прошлым (к сожалению, на К50 в прошлом веке пробы были единичными). Некоторые средние уровни возросли в 2–3, другие – до 5–6 раз. Для станции К\_7 средние значения показателей сапрофитного бактериопланктона и хлорофилла  $a$  почти не сместились. Однако в отдельные годы второго периода количество сапрофитного бактериопланктона на станции К\_7 достигало очень высоких значений. Когда эти значения попадали в набор величин для определения входных значений функций принадлежности, они неизбежно и в существенной степени влияли на расчёт высокого значения  $p$ , что указывало на повышенную продуктивность. Таковы причины появления как высоких оценок уровня продуктивности для станции К\_7 во второй период, так и ее повышенной изменчивости, что и не позволило получить значимые различия между двумя сравниваемыми периодами для этой станции.



**Рис. 4.** Относительная величина «степени продуктивности» в разные периоды времени  
1 – 1982–2000 гг., 2 – 2000–2023 гг.

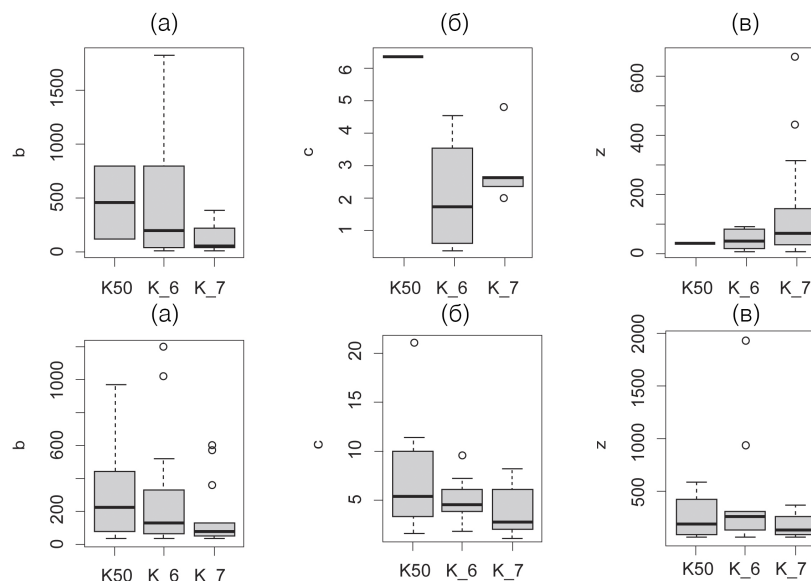
Обсуждение

Аппарат нечёткой логики недавно используется для решения задач классификации, например, разного вида заболеваний по серии диагностических признаков [Быков и др., 2016; Харьков, 2011; Эюбова, 2013], и таких работ мало. Анализируя литературу по использованию нечёткой логики для оценки уровня трофии водоёма, можно привести лишь одну работу [Менишуткин, 2010], в которой для ста озёр Карелии определялся трофический статус. Однако в список изучаемых озёр Онежское озеро не входило. В целом, трофический статус Онежского озера, оцениваемый традиционными методами, характеризуется как олиготрофный, за исключением двух заливов – Кондопожской (мезо-эвтрофный) и Петрозаводской (олиго-мезотрофный) губ [Крупнейшие озера-

**Таблица 4.** Средний уровень относительной продуктивности для двух периодов наблюдений и значимость трендов его изменения

Трансекта	Станция	Период исследований		Тренд	Уровень значимости отличия выборок
		1982–2000 гг.	2001–2023 гг.		
Кондопожская губа – центр озера	K_3	0,631	0,715	+	0,003
	K50	0,250	0,472	+	0,0001
	K_6	0,312	0,399	+	0,012
	K_7	0,250	0,368	+	0,478
	B_2	–	0,258		–
	C_2	0,250	0,280	+	0,022
	C_1	0,308	0,270	–	0,370
	C_4	0,306	–		–
Петрозаводская губа – центр озера	P_2	0,432	0,350	–	0,097
	P_3	0,420	0,378	–	0,050
	P_4	–	0,250		–
	C_3	0,250	0,250	–	0,051

Примечание: «–» – нет данных.



**Рис. 5.** Варьирование биологических показателей в разных участках Кондопожской губы в 1982–2000 и 2001–2023 годах: (а) – количество сапрофитного бактериопланктона, КОЕ/мл, (б) – концентрация хлорофилла *a*, мкг/л, (в) – биомасса зоопланктона, мг/л.

**Таблица 5.** Средние значения показателей бактериопланктона (*b*), хлорофилла (*c*), зоопланктона (*z*) для станции акватории Кондопожской губы в летний период

Станция	Период, годы	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>z</i>
K50	1982–2000	452	6,36	37,7
	2001–2023	230	5,36	201
K_6	1982–2000	198	1,72	42,5
	2001–2023	120	4,48	274
K_7	1982–2000	67	2,57	69,5
	2001–2023	89	2,78	129

водохранилища... [2015; Ladoga and Onego... [2010]], которые составляют лишь 4% площади водоёма. В нашем исследовании с помощью нечёткой логики изучались участки с разной продуктивностью даже в пределах одного трофического уровня, в том числе с использованием статистических методов. Такого рода исследований в мировой литературе нами не обнаружено. Для этого необходимо использовать детальные ГИС-технологии, которые позволяют создавать карты распространения показателя во всех частях озера. Подобный анализ выполнен нами ранее с использованием классификатора Байеса [Коросов и др., 2021]. Результаты настоящего исследования в целом аналогичны опубликованным в цитируемой статье, однако сейчас получены точные статистические характеристики этих эффектов, включая средние арифметические и ошибки, а также оценена статистическая значимость различия этих характеристик в разные периоды времени. В этом смысле наши исследования дополняют и расширяют результаты цитированной работы. Более того, данная работа позволяет сопоставлять модельные условные оценки продуктивности со значениями первичной продукции, полученными инструментальным методом в полевых условиях, используя данные по продукции фитопланктона для «объективизации» модели путём настройки параметров функций принадлежности и верификации всей модели.

Присматриваясь к методике, возникает закономерный вопрос о применимости метода бутстрепа в данном исследовании. Технология бутстрепа разрушает вероятную связь между переменными в случайно извлекаемых повторных выборках. Для отдельной

станции наборы значения  $b$ ,  $c$ ,  $t$ ,  $z$  рассматриваются как не зависящие от условий того года, когда были получены. Основанием для этого служит очень низкая сопряженность варьирования отдельных показателей, полученных на одной станции. Например, коэффициенты корреляции между показателями бактериопланктона ( $b$ ), хлорофилла ( $c$ ) и зоопланктона ( $z$ ) на станции К\_3 для второго периода (при достаточно больших объемах выборок) составили  $r_{bc} = 0,35$ ,  $r_{bz} = -0,12$ ,  $r_{cz} = 0,41$  и не были значимы (табл. 6, 7). Отдельные высокие значения коэффициентов корреляции, представленные в табл. 6, 7, соответствуют небольшим выборкам ( $n = 3...5$ ), статистически не значимы и имеют явно случайную природу. Нет сомнения в том, что в принципе разные характеристики биоты в каждый отдельный год функционально взаимозависимы [Резвой, 1924] и должны коррелировать, если брать срезы совместной положительной динамики в весенне-летний период. Однако наша выборка относится только к летнему периоду с максимальным выражением всех показателей и к продолжительным периодам с выраженной межгодовой изменчивостью. По этой причине межгодовая и случайная изменчивость разрушают сезонную синхронность, зависимость между изучаемыми показателями и позволяют брать их случайные сочетания, т.е. выполнять бутстреп. В то же время, значения отображают выраженность характеристик на той или иной станции в тот или иной период. Эти соображения позволяют для отдельного периода рассматривать совокупность значений разных показателей как независимые выборки и формировать из них сочетания значений  $b$ ,  $c$ ,  $t$ ,  $z$  в произвольном порядке.

**Таблица 6.** Значения коэффициентов корреляции ( $r$ ) между значениями показателей количества бактериопланктона ( $b$ ), концентрации хлорофилла ( $c$ ) и биомассы зоопланктона ( $z$ ) в период 1982–2000 гг.

Объем наименьшей выборки, $n_{\min}$	Станция	$r_{bc}$	$r_{bz}$	$r_{cz}$
5	К_7	0,66	-0,09	-0,08
4	К_6	-0,27	-0,55	0,02
5	К_3	-0,93	0,03	0,17
1	К50	–	–	–
3	С_1	-1,00	0,37	1,00
3	С_2	0,67	0,83	0,82
0	С_3	–	–	–
2	С_4	1,00	0,52	1,00
0	В_2	–	–	–
2	Р_1	1,00	–	–
5	Р_2	0,79	0,36	-0,65
4	Р_3	0,28	0,12	-0,43
0	Р_4	–	–	–

Примечание: «–» – в выборках не было синхронных (по годам) наблюдений для данных показателей.

В завершение представляется важным обсудить методический вопрос о форме графиков термов выходной функции, которые представлены не в виде трапеций, а в виде прямоугольников. Поскольку выходная функция должна выражать альтернативные суждения, мы не нашли никаких оснований для того, чтобы конструировать трансгрессию между этими утверждениями. В управляющих устройствах, основанных на нечёткой логике, термы выходных функций могут частично перекрываться, поскольку их обычно несколько, и они призваны имитировать силу реакции на отклонение контролируемых переменных. Однако в задачах классификации смысл трансгрессии между термами выходных функций совершенно непонятен. С другой стороны, даже существенная трансгрессия двух прямоугольных трапеций не может давать больше 10–15% добавки для расчётного значения выхода. Немаловажным является и тот факт,

**Таблица 7.** Значения коэффициентов корреляции ( $r$ ) между значениями показателей количества бактериопланктона ( $b$ ), концентрации хлорофилла ( $c$ ) и биомассы зоопланктона ( $z$ ) в период 2001–2023 гг.

Объем наименьшей выборки, $n_{\min}$	Станция	$r_{bc}$	$r_{bz}$	$r_{cz}$
4	K_7	0,05	–0,55	–0,43
9	K_3	0,35	–0,12	0,407
10	K_6	0,05	0,119	0,428
4	K50	0,115	–0,26	0,31
8	C_1	0,21	–0,40	0,55
3	C_2	–0,394	1,000	0,843
1	C_3	0,035	–	–
0	C_4	0,34	–	–
2	B_2	0,63	–	–
0	P_1	0,738	–	–
5	P_2	0,018	0,196	–0,372
1	P_3	0,341	–	–
1	P_4	0,272	–	–

«–» – в выборках не было синхронных (по годам) наблюдений для данных показателей

что расчёт выхода по прямоугольным термам выходной функции существенно проще, чем по термам с другой формой.

### Выводы

1. Сопоставление гидробиологических показателей Онежского озера для двух периодов методами нечёткой логики обнаружило два отчётливых тренда, значимость которых доказана статистически.
2. В центральной части акватории Онежского озера и в Петрозаводской губе уровень продуктивности воды почти не изменился по сравнению с прошлым веком и даже в некоторой степени снизился в основном за счёт общего снижения антропогенной нагрузки промышленных предприятий города Петрозаводска, расположенного на берегу залива.
3. Уровень продуктивности вод Кондопожской губы практически на всех точках отбора проб в этом веке повысился по сравнению с прошлым. Наиболее вероятной причиной является продолжение деятельности Кондопожского ЦБК, сточные воды которого попадают в залив, а также появление новых антропогенных факторов в виде садковых форелевых хозяйств.

**Благодарности.** Работа выполнена в рамках Государственного задания Института водных проблем Севера Карельского научного центра РАН № 121021700117-3.

### Список литературы

- Бульон В. В. Первичная продукция планктона внутренних водоемов. — Л. : Наука, 1983. — 150 с.
- Быков А. В., Корневский Н. А. и Устинов А. Г. Нечеткий алгоритм прогноза развития ишемической болезни конечностей для различных этапов ведения пациентов // Известия Юго-Западного государственного университета. Серия Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение. — 2016. — № 2. — С. 142–155.
- Винберг Г. Г. Первичная продукция водоемов. — Минск : Изд-во АН БССР, 1960. — 329 с.
- Ефремова Т. В. и Пальшин Н. И. Многолетняя изменчивость температуры воды и ледовая фенология // Крупнейшие озера-водохранилища Северо-Запада европейской территории России: современное состояние и изменения экосистем при климатических и антропогенных воздействиях. — Петрозаводск : Карельский научный центр РАН, 2015. — С. 38–44.

- Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / под ред. Н. Н. Моисеева и С. А. Орловского. — М. : Мир, 1976. — 167 с.
- Калинкина Н. М., Коросов А. В. и Теканова Е. В. Экологическая информационная система «Онего» // Принципы экологии. — 2019. — № 1. — С. 72–88. — <https://doi.org/10.15393/j1.art.2019.8222>.
- Коросов А. В., Калинкина Н. М., Теканова Е. В. и др. Разработка индексов трофности для Онежского озера с помощью экологической информационной системы // ИнтерКарто. ИнтерГИС. — 2021. — Т. 27, № 3. — С. 256–273. — <https://doi.org/10.35595/2414-9179-2021-3-27-256-273>.
- Крупнейшие озера-водохранилища Северо-Запада европейской территории России: современное состояние и изменения экосистем при климатических и антропогенных воздействиях / под ред. Н. Н. Филатова. — Петрозаводск : Карельский научный центр РАН, 2015. — 376 с.
- Лакин Г. Ф. Биометрия. — М. : Высшая школа, 1973.
- Ланге Ф. Нечеткая логика. — М. : Страта, 2018. — 114 с.
- Меншуткин В. В. Искусство моделирования (экология, физиология, эволюция). — Петрозаводск - Санкт-Петербург : Институт водных проблем Севера КарНЦ РАН, Санкт-Петербургский Экономико-математический институт РАН, Карельский научный центр РАН, 2010. — 416 с.
- Петров М. П. 3.3 Термический режим // Экосистема Онежского озера и тенденции ее изменения. — Л. : Наука, 1990. — С. 32–37.
- Петрова Н. А., Гусаков Б. Л. и Стравинская Е. А. Особенности антропогенного эвтрофирования больших глубоких озер // Современное состояние экосистемы Ладожского озера. — Л. : Наука, 1987. — С. 6–12.
- Резвой П. Д. К определению понятия «биоценоз» // Русский гидробиологический журнал. — 1924. — № 3. — С. 204–209.
- Рыбин В. В. Основы теории нечетких множеств и нечеткой логики. — М. : МАИ, 2007. — 96 с.
- Харьков С. В. Оценка послеоперационного состояния урологических больных на основе нечетких моделей // Медицинские приборы и технологии. Международный сборник научных статей. — 2011. — № 4. — С. 258–260.
- Чернов В. Г. Нечеткие множества. Основы теории и применения. — Владимир : ВлГУ, 2018. — 156 с.
- Шитиков В. К. и Розенберг Г. С. Рандомизация и бутстреп: статистический анализ в биологии и экологии с использованием R. — Тольятти : Кассандра, 2013. — 314 с.
- Эюбова Н. И. Методы классификации в диагностике уролитиаза с применением нечеткой логики для предобработки данных // Информационно-управляющие системы. — 2013. — № 6. — С. 85–90.
- Astel A. Chemometrics based on fuzzy logic principles in environmental studies // Talanta. — 2007. — Vol. 72, no. 1. — P. 1–12. — <https://doi.org/10.1016/j.talanta.2006.09.026>.
- Convery I., Baibagysov A., Baiturbayov K., et al. Fuzzy Logic Modelling of Snow Leopard Populations in Response to Threats from Climate Change. — Ambleside, U.K. : Centre for Wildlife Conservation, University of Cumbria, 2015.
- Jarre A., Paterson B., Moloney C. L., et al. Knowledge-based systems as decision support tools in an ecosystem approach to fisheries: Comparing a fuzzy-logic and a rule-based approach // Progress in Oceanography. — 2008. — Vol. 79, no. 2–4. — P. 390–400. — <https://doi.org/10.1016/j.pocean.2008.10.010>.
- Ladoga and Onego - Great European Lakes / ed. by L. Rukhovets and N. Filatov. — Chichester, UK : Springer Berlin Heidelberg, 2010. — <https://doi.org/10.1007/978-3-540-68145-8>.
- McKone T. E. and Deshpande A. W. Can Fuzzy Logic Bring Complex Environmental Problems into Focus? // Environmental Science & Technology. — 2005. — Vol. 39, no. 2. — 42A–47A. — <https://doi.org/10.1021/es0531632>.
- Tekanova E., Sidelev S., Kalinkina N., et al. Toxigenic Cyanobacteria and Microcystins in a Large Northern Oligotrophic Lake Onego, Russia // Toxins. — 2024. — Vol. 16, no. 11. — P. 457. — <https://doi.org/10.3390/toxins16110457>.
- Tekanova E. V. and Litvinova I. A. Organic Matter Destruction in the Kondopoga Bay, Onego Lake, under Changing Anthropogenic Load // Water Resources. — 2022. — Vol. 49, no. 6. — P. 1009–1016. — <https://doi.org/10.1134/s0097807822060173>.
- The R Foundation. The R Project for Statistical Computing. — 2023. — URL: <https://www.r-project.org/> (visited on 03/10/2025).



# APPLICATION OF FUZZY LOGIC FOR ESTIMATION OF TRENDS OF PRODUCTIVITY CHANGE IN SOME AREAS OF LAKE ONEGO

A. V. Korosov<sup>1, 2</sup> , N. M. Kalinkina<sup>1</sup> , E. V. Tekanova<sup>1</sup> ,  
M. T. Syarki<sup>1</sup> , K. V. Isakova<sup>1</sup> , and E. M. Makarova<sup>1\*\*</sup> 

<sup>1</sup>Karelian Research Centre of the Russian Academy of Sciences, Northern Water Problems Institute, Petrozavodsk, Russia

<sup>2</sup>Petrozavodsk State University, Institute of Biology, Ecology and Agricultural Technologies, Petrozavodsk, Russia

**\*\*Correspondence to:** Elena Makarova, emm777@bk.ru

We studied the productivity level of some parts of Lake Onego. Four indicators were used: number of saprophytic bacteria, zooplankton biomass, chlorophyll-*a* concentration, and water transparency. The analysis included samples from 14 stations located at transects from the top of Kondopozhskaya Bay to the center of Lake Onego and from the top of Petrozavodskaya Bay to the center of the lake. Two periods of 20 years (the end of the last century and the beginning of the present one) were compared. The productivity level was estimated using fuzzy logic technology according to the Mamdani algorithm. The membership functions for each indicator included two terms: “low productivity” and “higher productivity”; the ranges of values for each term were set by an expert. The output membership function included two terms of rectangular shape with the values “low productivity” and “higher productivity”. A total of 16 production rules were constructed; they, in turn, allowed to obtain 706 productivity level estimates for all stations. A bootstrapping was applied to assess the significance of differences. Comparison of data for the end of the last and beginning of the current century showed the following: There were no significant changes in productivity estimates at the transect “Petrozavodskaya Bay – the center of the lake”. For the transect “Kondopozhskaya Bay – the center of the lake”, there is an increase in productivity level, probably due to the appearance of new factors of anthropogenic impact: the trout farms. The advantage of the fuzzy logic modeling method is the clear theoretical meaning and simpler calculation technology compared to statistical classification methods.

**Keywords:** Lake Onego, productivity, fuzzy logic, long-term dynamics, eutrophication, anthropogenic impact.

Received: January 20, 2025

Accepted: April 18, 2025

Published: October 10, 2025



© 2025. The Authors.

**Citation:** Korosov, A. V., Kalinkina, N. M., Tekanova, E. V., Syarki, M. T., Isakova, K. V., and Makarova, E. M. (2025), Application of Fuzzy Logic for Estimation of Trends of Productivity Change in Some Areas of Lake Onego, *Russian Journal of Earth Sciences*, 25, ES5013, <https://doi.org/10.2205/2025ES001013>, EDN: FHUCSA

## References

- Astel A. Chemometrics based on fuzzy logic principles in environmental studies // *Talanta*. — 2007. — Vol. 72, no. 1. — P. 1–12. — <https://doi.org/10.1016/j.talanta.2006.09.026>.
- Bulion V. V. Primary Production of Plankton in Inland Water Bodies. — L. : Nauka, 1983. — 150 p. — (In Russian).
- Bykov A. V., Korenevsky N. A. and Ustinov A. G. Fuzzy Algorithm for Predicting the Development of Limb Ischemia at Various Stages of Patient Management // *Proceedings of the South-West State University. Series: Management, Computer Engineering, Informatics. Medical Instrumentation*. — 2016. — No. 2. — P. 142–155. — (In Russian).
- Chernov V. G. Fuzzy Sets. Fundamentals of Theory and Applications. — Vladimir : VISU, 2018. — 156 p. — (In Russian).
- Convery I., Baibagysov A., Baiturbayov K., et al. Fuzzy Logic Modelling of Snow Leopard Populations in Response to Threats from Climate Change. — Ambleside, U.K. : Centre for Wildlife Conservation, University of Cumbria, 2015.

- Efremova T. V. and Palshin N. I. Long-Term Variability of Water Temperature and Ice Phenology // The Largest Lake-Reservoirs of the North-West of the European Part of Russia: Current State and Changes in Ecosystems under Climatic and Anthropogenic Impacts. — Petrozavodsk : Karelian Research Centre RAS, 2015. — P. 38–44. — (In Russian).
- Eyubova N. I. Classification Methods in Urolithiasis Diagnosis Using Fuzzy Logic for Data Preprocessing // Information and Control Systems. — 2013. — No. 6. — P. 85–90. — (In Russian).
- Jarre A., Paterson B., Moloney C. L., et al. Knowledge-based systems as decision support tools in an ecosystem approach to fisheries: Comparing a fuzzy-logic and a rule-based approach // Progress in Oceanography. — 2008. — Vol. 79, no. 2–4. — P. 390–400. — <https://doi.org/10.1016/j.pocean.2008.10.010>.
- Kalinkina N. M., Korosov A. V. and Tekanova E. V. Ecological Information System “Onega” // Principles of the Ecology. — 2019. — No. 1. — P. 72–88. — <https://doi.org/10.15393/j1.art.2019.8222>. — (In Russian).
- Kharkov C. B. Assessment of the Postoperative Condition of Urological Patients Based on Fuzzy Models // Medical Devices and Technologies. International Collection of Scientific Articles. — 2011. — No. 4. — P. 258–260. — (In Russian).
- Korosov A. V., Kalinkina N. M., Tekanova E. V., et al. Development of Trophic Indices for Lake Onega Using of the Ecological Information System // InterCarto. InterGIS. — 2021. — Vol. 27, no. 3. — P. 256–273. — <https://doi.org/10.35595/2414-9179-2021-3-27-256-273>. — (In Russian).
- Ladoga and Onego – Great European Lakes / ed. by L. Rukhovets and N. Filatov. — Chichester, UK : Springer Berlin Heidelberg, 2010. — <https://doi.org/10.1007/978-3-540-68145-8>.
- Lakin G. F. Biometrics. — M. : Vysshaya Shkola, 1973. — (In Russian).
- Lange F. Fuzzy Logic. — M. : Strata, 2018. — 114 p. — (In Russian).
- McKone T. E. and Deshpande A. W. Can Fuzzy Logic Bring Complex Environmental Problems into Focus? // Environmental Science & Technology. — 2005. — Vol. 39, no. 2. — 42A–47A. — <https://doi.org/10.1021/es0531632>.
- Menshutkin V. V. The Art of Modeling (Ecology, Physiology, Evolution). — Petrozavodsk - St. Petersburg : Institute of Northern Water Problems, Karelian Research Centre RAS, St. Petersburg Institute of Economics, Mathematics RAS, Karelian Research Centre RAS, 2010. — 416 p. — (In Russian).
- Petrov M. P. 3.3 Thermal Regime // Ecosystem of Lake Onega and Trends of Its Change. — L. : Nauka, 1990. — P. 32–37. — (In Russian).
- Petrova N. A., Gusakov B. L. and Stravinskaya E. A. Features of Anthropogenic Eutrophication of Large Deep Lakes // Current State of the Ladoga Lake Ecosystem. — L. : Nauka, 1987. — P. 6–12. — (In Russian).
- Rezvoi P. D. On the Definition of the Concept “Biocenosis” // Russian Hydrobiological Journal. — 1924. — No. 3. — P. 204–209. — (In Russian).
- Rybin V. V. Fundamentals of Fuzzy Set Theory and Fuzzy Logic. — M. : MAI, 2007. — 96 p. — (In Russian).
- Shitikov V. K. and Rozenberg G. S. Randomization and Bootstrap: Statistical Analysis in Biology and Ecology Using R. — Tolyatti : Kassandra, 2013. — 314 p. — (In Russian).
- Tekanova E., Sidelev S., Kalinkina N., et al. Toxigenic Cyanobacteria and Microcystins in a Large Northern Oligotrophic Lake Onego, Russia // Toxins. — 2024. — Vol. 16, no. 11. — P. 457. — <https://doi.org/10.3390/toxins16110457>.
- Tekanova E. V. and Litvinova I. A. Organic Matter Destruction in the Kondopoga Bay, Onego Lake, under Changing Anthropogenic Load // Water Resources. — 2022. — Vol. 49, no. 6. — P. 1009–1016. — <https://doi.org/10.1134/s0097807822060173>.
- The Largest Lake-Reservoirs of the North-West of the European Part of Russia: Current State and Changes in Ecosystems under Climatic and Anthropogenic Impacts / ed. by N. N. Filatov. — Petrozavodsk : Karelian Research Centre RAS, 2015. — 376 p. — (In Russian).
- The R Foundation. The R Project for Statistical Computing. — 2023. — URL: <https://www.r-project.org/> (visited on 03/10/2025).
- Vinberg G. G. Primary Production of Water Bodies. — Minsk : Academy of Sciences of the BSSR, 1960. — 329 p. — (In Russian).
- Zadeh L. The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning. — NY : American Elsevier Publishing House, 1973. — 167 p.